

スパースモデリングによる既存橋梁の 構造信頼性計算のための代替モデル構築

西尾 真由子¹・三浦 正樹²・珠玖 隆行³

¹ 正会員 横浜国立大学准教授 大学院都市イノベーション研究院 (〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5)
E-mail: nishio@ynu.ac.jp

² 学生会員 横浜国立大学大学院 都市イノベーション学府 (同上) (現在・正会員 大成建設株式会社)
E-mail: miura-masaki-dt@ynu.jp

³ 正会員 岡山大学准教授 環境生命科学研究所 (〒700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)
E-mail: shuku@cc.okayama-u.ac.jp

本研究は、近年機械学習の分野で注目されるスパースモデリングに着目し、老朽化する既存橋梁の構造信頼性計算のための代替モデル構築への有効性を示すことを目的とした。桁端部と支承に腐食を有する鋼板桁橋の有限要素(FE)モデルを構築し、物性値など不確定 FE モデルパラメータを入力、出力を設計活荷重に対する主桁端部の最大応力として、最小二乗法 (LSM), Ridge 回帰, そしてスパース解を得る Lasso 回帰で代替モデルを構築し比較を行った。その結果, Lasso 回帰では LSM の 3 分の 1 以下の訓練データ数で代替モデルを構築でき, FE 解析で得るのと同等の信頼性指標 β を導出できた。また Lasso 回帰ではパラメータの自動選択性により, 腐食部の部材板厚や支承機能を表すモデルパラメータに大きい係数をスパースに推定でき, 既存構造状態を考慮する代替モデル構築への有効性を示した。

Key Words: LASSO, surrogate model, structural reliability, steel plate-girder bridge, corrosion

1. はじめに

老朽化する既存橋梁の運用では、補修補強や架け替え等の実施判断、それらの優先順位の決定などの意思決定が求められることがある。このとき、対象橋梁の構造状態と実際の荷重に対して要求性能をどれだけ満たしているかを評価して、意思決定に用いることが望ましい。筆者らはこれまでに、既存橋梁の劣化損傷状態を考慮した数値モデルを構築して性能評価に用いる研究を実施してきた¹⁾。ここでは、鋼板桁橋を対象として構造振動特性の計測データから有限要素モデルパラメータの事後確率分布を推定し、それを用いてモンテカルロ計算による構造信頼性指標 β を導出した。その結果、鋼製可動支承の腐食による固着傾向を考慮した活荷重性能を適切に評価できることを示した。橋梁毎に構造形式や構造状態そして荷重が異なる中で、それぞれの限界状態への確率的な余裕を表す信頼性指標 β を導出することで、性能を定量的に評価したり比較したりすることが可能となる。

構造信頼性解析では、照査性能に関する構造物の作用 S と抵抗 R 、それぞれの不確定性すなわち確率分布を取り扱う。特に作用 S は照査性能に関する荷重下での構造

応答であるが、ここで物性値や寸法など構造パラメータの不確定性と、荷重の不確定性を考慮する。そして性能関数 $Z=R-S$ から、破壊確率と対応する信頼性指標 β をもとめる。作用 S と抵抗 R の確率分布に正規分布など比較的扱いやすい確率分布を独立に設定できれば、 β 値の導出には近似法に基づく方法、例えばFOSM法²⁾などが適用できる。しかし性能関数 Z が非線形となる場合、作用 S や抵抗 R で不確定性を考慮するパラメータ数が多く、互いに相関の可能性もある場合などは、モンテカルロ計算を用いて性能関数値 Z の分布から破壊確率をもとめ、 β 値を得る。また、抵抗 R の確率分布が正規分布等で既知である場合は、作用 S すなわち照査性能に関する応答の分布を構造解析のモンテカルロ計算でもとめ、それが正規分布等に従うことが確認できれば、上記の近似法を適用する方法もある。しかしいずれのモンテカルロ計算においても、不確定パラメータのサンプル毎に構造解析を実施し、照査性能に関する応答を得る必要がある。

既存橋梁でこの性能評価を行うには、その橋梁の構造状態を表した数値モデルを構築しておくことがもとめられる。しかし橋梁の劣化損傷の多く、例えば鋼部材の腐食やコンクリート部材のひび割れなどは、構造全体に

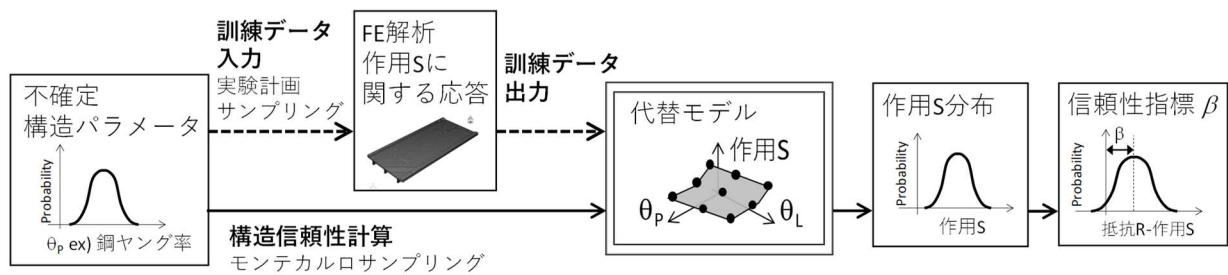


図-1 代替モデルを用いる構造信頼性計算の流れ

対して一部あるいは局所的な特性変化をもたらすと考えられる。すると、多くの場合で梁理論や梁要素によるモデル化で照査計算を実施する設計時とは異なり、シェル要素やソリッド要素を用いて部材レベルまでの詳細な有限要素 (FE) モデルを構築して、そこに劣化損傷を表す必要がある。このような詳細なモデル化では要素数が増大してしまい、モンテカルロサンプル毎に実施する構造解析の計算コストが大きくなってしまふ。さらに、劣化損傷を FE モデルで表すには、例えば、損傷箇所の領域を分割して損傷に応じた寸法や物性値を別途設定するというように、新たな構造モデルパラメータを導入することが必要となる。すると構造信頼性計算において不確定性を考慮するパラメータ数が多くなり、必要となるサンプル数が膨大となってしまう。これでは、構造信頼性計算を行うために非常に高い計算コストを要してしまい、既存橋梁の運用に貢献することが難しい。

そこで本研究では図-1 に示すように、照査性能に関する応答、すなわち作用 S の分布を得るモンテカルロ計算に、代替モデル (Surrogate model) を用いることを考える。代替モデルとは、目的とする数値解析の入出力関係に関する回帰モデルである。はじめに図-1 中の点線矢印で示すフローで、実験計画法により入力モデルパラメータ空間で適切なサンプリングを行い、サンプル毎の作用 S に関する出力の FE 解析応答を得て、この入出力関係を訓練データとして回帰モデルを構築する。そして、構造信頼性計算のための入力パラメータのモンテカルロサンプルを構築した回帰モデル式に代入し、作用 S の分布を得る。これに抵抗 R 分布を設定して FOSM 法などを適用し、信頼性指標 β を導出する。できる限り少ない訓練データで代替モデルを構築できれば、構造信頼性計算全体での計算コストを大幅に抑えられると期待できる。

構造信頼性解析における代替モデル構築に関する研究は、既に多く取り組まれてきている。しかしその多くは、構造モデルパラメータや荷重の不確定性を入力、性能関数値 Z を出力とする応答曲面の高精度化を目的として、実験計画サンプリング法や、サンプル点毎の重み付け法に着目している³⁻⁷⁾。また本研究と同様に、構造モデルパラメータや荷重の不確定性を入力、照査性能の作用 S に関する解析応答値の分布を出力として代替モデルを構

築するアプローチも行われてきている。例えば、廣畑ら⁸⁾は電子機器の半導体パッケージ基板の信頼性設計における熱応力解析を対象に、材料定数の不確定性を入力として最大応力と最大ひずみの応答曲面を Chebyshev の直交多項式のパラメータ推定にて構築した。また大竹ら⁹⁾は、液状化地盤上の構造物の耐震設計問題を対象に信頼性設計解析への応答曲面を構築し、その確率モデルとしての分析が、不確定パラメータの設計時評価項目に対する影響分析に有効であると示した。

以上のように、構造信頼性計算における代替モデル構築の有効性は既に認められているが、上で示した既往研究ではいずれも、応答曲面すなわち回帰モデルを最小二乗推定に基づく手法で構築している。最小二乗推定は優決定問題に対して有意な推定値が得られ、また一般的に訓練データ数が大きいほど推定精度は高くなる。しかしこれでは、本研究で対象としている既存橋梁の構造信頼性解析のように入力モデルパラメータ数が多くなる場合に多数の訓練データが必要となり、計算コストの高い FE 解析の回数を効果的に減らすことができない。

これに関して本研究で着目したのが、スパースモデリングの適用である。「スパース (sparse)」は「疎」という意味を持つ。代替モデル構築において、入力とする不確定モデルパラメータ数は多くても、出力応答に寄与するパラメータがそのうちの少数であれば、スパースな問題となる。このときスパースモデリングを適用すれば、少ない訓練データ数で適切な代替モデルを構築できる可能性がある。そこで本研究では、既存橋梁の構造信頼性解析に用いる代替モデル構築において、スパースモデリングの適用性と有効性を示すことを目的とした。本論文は、まず次章にて代表的な回帰方法をまとめながらスパースモデリングである Lasso 回帰を示し、その特性を説明する。その上で、桁端部と支承に腐食を有する鋼板桁橋の構造信頼性計算を対象に代替モデル構築を行い、他の回帰手法との比較からスパースモデリングの適用性を検証する。さらに、Lasso 回帰の大きな特徴であるパラメータの感度に応じた回帰モデル係数の自己選択性について説明し、この特性によって、鋼板桁橋の桁端部腐食の状態を考慮する構造信頼性計算への代替モデルが、有効に構築できるか検証を実施する。

2. 代替モデル構築における Lasso 回帰の適用

構造信頼性解析の代替モデルは、入力が材料定数や境界条件といった構造モデルパラメータであり、出力が照査性能に対応する解析応答、例えば設計活荷重載荷時の最大応力などである。入力モデルパラメータには構造信頼性計算で考慮する不確定性を確率分布で設定し、その確率分布空間での実験計画法サンプル毎に応答出力をもとめ、その入出力関係を訓練データとして回帰モデルを推定する。本章では、本研究の代替モデル回帰式の記述を示した上で、Lasso 回帰を含む各回帰手法を示し、既存橋梁の構造信頼性計算において特に有効と期待される Lasso 回帰の特性をまとめる。

(1) 回帰モデリングによる代替モデル構築

本研究で取り扱う代替モデルは、次式(1)に示す多次元多項式回帰とする。

$$Y = a_0 + a_{1,1}X_1 + \dots + a_{1,p}X_p + \dots + a_{n,1}X_1^n + \dots + a_{n,p}X_p^n + a_{np+1}X_1X_2 + \dots + a_{np+pC_2}X_{p-1}X_p \quad (1)$$

ここで、 X は入力である不確定性構造モデルパラメータ、 p はその総数、 Y は出力である解析応答である。回帰モデルの複雑さは、各入力パラメータ累乗項の最大次数 n と交互作用項で決定する。式(1)では 1 次の交互作用項までを示している。各項の係数 a_i ($i=0-k, k=np+pC_2$) を訓練データを用いて推定して回帰モデルとする。

いま、訓練データとして総数 m の入出力関係を、入力パラメータ $\mathbf{X}=\{X_1 X_2 \dots X_p\}^T$ 確率空間の実験計画法サンプリングと、その解析応答 Y で得る。このとき、回帰モデル係数に関する線形方程式は次式(2)で表される。

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (2)$$

ここで、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & X_{1,1} & \dots & X_{p,1}^n & X_{1,1}X_{2,1} & \dots & X_{p-1,1}X_{p,1} \\ 1 & X_{1,2} & \dots & X_{p,2}^n & X_{1,2}X_{2,2} & \dots & X_{p-1,2}X_{p,2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1,m} & \dots & X_{p,m}^n & X_{1,m}X_{2,m} & \dots & X_{p-1,m}X_{p,m} \end{bmatrix}$$

で m 行 $k+1$ 列のマトリクスであり、また

$$\mathbf{y} = \{Y_1 \dots Y_m\}^T, \quad \mathbf{x} = \{a_0 \quad a_1 \quad \dots \quad a_k\}^T$$

である。回帰モデル係数ベクトル \mathbf{x} の推定は、式(2)の線形逆問題であり、適切な回帰手法で推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ を得る。

(2) 回帰手法

線形方程式(2)の行列 \mathbf{A} で $m>k+1$ であるとき、つまり

未知である回帰モデル係数の数 $k+1$ より訓練データ数 m が大きいとき、全ての行が線形独立であれば連立方程式は解なしとなる。しかし訓練データが誤差を含むとすると、その誤差 2 乗和を最小とする推定解 $\hat{\mathbf{x}}$ が一意にもとめられる。これが最小二乗法(Least Squares Method, LSM)であり、一般的に最もよく適用される回帰手法である。しかし LSM では $m>k+1$ を満たす優決定問題となっても、モデルの複雑さ $k+1$ に対して訓練データ数 m が十分に大きくなければ過学習がおきてしまう傾向がある。これは、選択されたモデルの複雑さが相対的に高いために、訓練データの誤差にオーバーフィッティングする現象である。この過学習を抑えるために正則化項を導入して制約条件付きの最小化問題とする方法が、いくつか示されている。ここではまず最小二乗法 LSM を示した上で、正則化項による回帰手法として Ridge 回帰と、そしてスパースモデリングにあたる Lasso 回帰を説明する。

a) 最小二乗法 LSM

最小二乗法(Least Squares Method, LSM)の推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ は、次式(3)の通り表される。

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 \right\} \quad (3)$$

ここで $\|\cdot\|_2$ は L2 ノルムを表しており、その中は回帰モデルの誤差であるので、式(3)は誤差 2 乗和を最小化する \mathbf{x} を推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ とすることを表している。L2 ノルムは微分可能な凸関数となるため、 \mathbf{x} の各成分 a_i での偏微分によって最小化問題を解くことができる。これをマトリクスでまとめると推定解 $\hat{\mathbf{x}}$ は

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} \quad (4)$$

にてもとめられる。

b) Ridge 回帰

Ridge 回帰¹⁰⁾は、次式(5)で示す回帰手法である。

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2\lambda} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \|\mathbf{x}\|_2^2 \right\} \quad (5)$$

これは、LSM での誤差 2 乗和を表す L2 ノルム項に正則化項として \mathbf{x} 自体の L2 ノルム項を加えた目的関数を最小化する回帰である。式中の $\lambda(>0)$ は正則化パラメータで、第 1 項と第 2 項の相対的な重みを決める。この式(5)は L2 ノルムのみで構成されるので LSM と同様に微分可能な凸関数となり、推定解 $\hat{\mathbf{x}}$ を

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y} \quad (6)$$

にてもとめられる。

c) Lasso 回帰

Ridge 回帰が L2 ノルム正則化項を用いるのに対して、L1 ノルム項を用いる回帰手法が Lasso (Least Absolute Shrinkage and Selection Operator) 回帰¹¹⁾であり、次式(7)で与えられる。

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2\lambda} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \|\mathbf{x}\|_1 \right\} \quad (7)$$

ここで $\|\cdot\|_1$ は L1 ノルムを表している。L1 ノルム項は

$$\|\mathbf{x}\|_1 = |a_0| + |a_1| + \dots + |a_k| \quad (8)$$

であるので、式(7)は a_i の絶対値を含む関数となり、各項が原点で微分不可能となってしまう。よって、LSM や Ridge 回帰のように偏微分によって最小化問題を解くことができない。

L1 ノルムの最小化問題には、下記に概説する軟判定閾値関数 (soft-threshold function) によるアプローチがなされる。ある凸関数 $h(\cdot)$ に対して近接作用素 (proximity operator) を次式(9)のように与える。

$$\text{prox}_h(\mathbf{x}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_2^2 + h(\mathbf{x}) \right\} \quad (9)$$

ここでの \mathbf{x}, \mathbf{y} は、それぞれ成分 x_j, y_j を持つ一般的なベクトルとする。 $h(\mathbf{x}) = \lambda \|\mathbf{x}\|_1$ とすると式(9)の最小化問題は

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \right\} \\ = \min_{\mathbf{x}} \left[\sum_j \left\{ \frac{1}{2} (y_j - x_j)^2 + \lambda |x_j| \right\} \right] \\ = \sum_j \left[\min_{x_j} \left\{ \frac{1}{2} (y_j - x_j)^2 + \lambda |x_j| \right\} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

と j 成分ごとに分けられ、各成分に近接作用素を適用して最小化できる。このときの近接作用素は、以下のように場合分けして考えることができる。

$$\text{prox}_{\lambda}^{\ell_1}(x_j) = \begin{cases} x_j + \lambda & (x_j < -\lambda) \\ 0 & (-\lambda < x_j < \lambda) \\ x_j - \lambda & (x_j > \lambda) \end{cases} \quad (11)$$

この L1 ノルムにおける近接作用素が軟判定閾値関数であり、 x_j の絶対値が λ より小さい場合に、つまり最小値を与える x_j が閾値 λ で 0 となる。ここから、式(10)の目的関数を最小とするベクトル \mathbf{x} では多くの成分が 0 となるスパースな解が導出される。ただし、以上で示したのは j 成分ごとに最小化問題を扱える場合である。式(7)の Lasso 回帰の最小化問題では、この軟判定閾値関数を組み込んだ反復計算アルゴリズムが必要となる。この点において近年、高速で汎用性の高いアルゴリズムが登場してきており、本研究でもそのうちの 1 つである ADMM (Alternating Direction Method of Multipliers)¹²⁾を用いた。

(3) Lasso 回帰の特性と代替モデル構築

Lasso 回帰では、L1 ノルム正則化項を導入することでスパースな推定解 $\hat{\mathbf{x}}$ 、すなわち複雑さが低減された回帰モデルが得られる。これによって LSM で生じる誤差への過学習を抑えることができるが、それに関連するいく

つかの特性が、既存橋梁の構造信頼性計算への代替モデル構築に適していると期待される。

1 点目が、Lasso 回帰では少ない訓練データ数 m で推定解 $\hat{\mathbf{x}}$ が得られる点である。特に対象とする問題が本質的にスパース性が高いものであれば、訓練データ数 m が回帰モデル項数 $k+1$ よりも少ない劣決定問題 ($m < k+1$) で推定解が得られる。これは、劣化損傷のモデル化によって要素数の多い詳細な FE モデルを用いる際に、FE 解析回数をできるだけ減らせる点で大変有利である。

2 点目に、対象とする問題が本質的にスパース性が高ければ LSM より高精度な推定解が得られる可能性がある。既存橋梁では構造状態の不確実性から多数の構造モデルパラメータを入力 X とするが、出力 Y である 1 つの照査性能に関する解析応答に寄与度が高いパラメータは限定的であることが考えられ、適切な精度での代替モデル構築に Lasso 回帰の適用が適している可能性がある。

これに関連する 3 つ目の特性が、パラメータの自動選択性である。Lasso 回帰のスパースな推定解 $\hat{\mathbf{x}}$ において、非ゼロ成分は出力 Y に寄与度が高い項を示している。これは回帰モデルで感度の高い入力パラメータ X とその作用を自動選択していることとなり、入出力関係における本質的な感度関係を知ることができる。代替モデルを構築するだけでなく、照査性能に関する応答に寄与度の高い構造モデルパラメータを把握できると期待される。

ここで、数値解析の入出力値は、実験等で得る計測値のようにランダム誤差を含まない。よって、代替モデル構築の回帰式推定では、正則化項は誤差への過学習抑制効果よりも、Lasso 回帰で上に挙げたスパース性の高い問題に対する特性が顕著に得られると考えられる。次章以降の検証ではこれらの特性に着目しながら、桁端部腐食を有する鋼版桁橋の構造信頼性解析の代替モデル構築における Lasso 回帰の適用性を検証した。

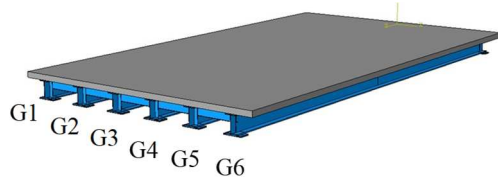
3. Lasso 回帰による代替モデル構築の有効性検証

本章では、著者らが既往研究¹⁾で実施した鋼版桁橋の構造信頼性解析に対して代替モデルの構築を行った。

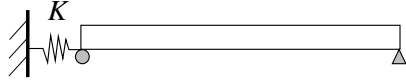
LSM と Ridge 回帰、そしてスパースモデリングである Lasso 回帰で代替モデルを構築し、訓練データ数と出力応答の分布や構造信頼性指標 β の精度、そして回帰手法としての安定性について比較を行うことで、Lasso 回帰の有効性を検証した。また、Lasso 回帰を適用するうえで解析者が決定しなければならないパラメータの感度解析を実施し考察を行った。

(1) 対象橋梁と FE モデル構築

本検証での対象橋梁は既往研究¹⁾で扱った実橋梁で、



(a) FEモデルの全体図



(b) 支承の並進可動機能を表す線形ばね (バネ定数 K)

図-2 対象鋼鈹桁橋の FE モデル¹⁾

横浜市内にある単純鋼鈹桁橋(橋長 11.7 m, 幅員 7.2 m)である。1963 年完成で、現在は片側一車線、もう片側は歩道にて供用されている。鋼 I 桁 6 主桁と非合成 RC 床版で構成され、鋼製支承で境界条件が与えられている。この橋梁は港湾部の近くに位置していることもあり、橋梁定期点検において主桁端部と支承に腐食が認められていた。さらに RC 床版にひび割れも確認されていた。

FE モデル構築および数値計算には Abaqus 6.14-1 を用いた。図-2(a) に、構築した FE モデルの全体図を示す。主桁は G1-G6 と示し、G1 側が歩道側、G6 側が片側一車線の車道側である。桁部材と床版は全てシェル要素でモデル化し、Model Verification の観点からメッシュ構成の検討を行って全要素数 124,108 のモデルを決定した。その上で、桁端部の腐食領域に板厚を別途設定できる減厚領域を設け、また、支承の腐食による並進可動機能の低下を表すため、図-2(b) のようにソールプレートの下に線形ばねを設けた。Nominal モデルの物性値および境界条件には、それぞれの公称値と設計時の条件を与えた。

(2) 構造信頼性解析の概要

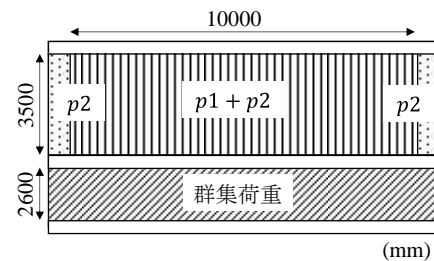
この鋼鈹桁橋の構造信頼性解析は、設計活荷重載荷時の主桁端部領域での最大応力を作用、鋼材降伏応力を抵抗として信頼性指標 β をもとめるものとした。これに対する代替モデルの入力と出力、そして FOSM 法による構造信頼性指標 β の導出について述べる。

a) 不確定構造モデルパラメータ (入力)

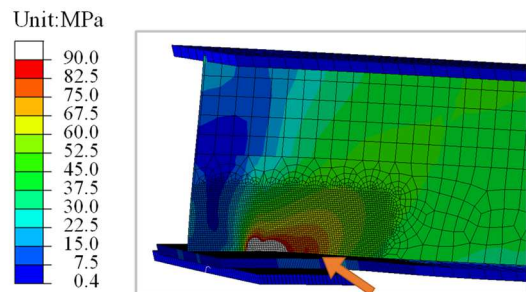
構造信頼性計算での不確定構造モデルパラメータは、特に鋼鈹桁橋の損傷状態に関わる 13 のパラメータとした。表-1 にそれらをまとめ、さらに不確定性を表す確率分布を示す。K1-K6 は、各主桁 G1-G6 での支承の並進可動機能を表す線形ばね定数である。Nominal 値は設計条件での可動状態を表す十分小さいばね定数 $K=1 \times 10^4$ (N/m) とした。腐食が認められたときの不確定性には、可動機能が健全な状態から完全に固着した状態 $K=1 \times 10^{13}$ (N/m) までを考慮することとし、その対数値に一様分布

表-1 不確定構造モデルパラメータと確率分布

構造モデルパラメータ		Nominal	一様分布	
			下限	上限
#1	$K1$	4	4	13
#2	$K2$			
#3	$K3$			
#4	$K4$			
#5	$K5$			
#6	$K6$			
#7	$Tb1$	25	23	25
#8	$Tb2$			
#9	$Tb3$			
#10	$Tb4$			
#11	$Tb5$			
#12	$Tb6$			
#13	Ec	25.0	22.5	25.0



(a) 載荷荷重(B活荷重 L 荷重, 歩道側が G1 車道側が G6)



(b) 桁端部でのミーゼス応力分布

図-3 照査性能に関する解析応答の導出¹⁾

を与えることとした。それぞれのばね定数値は事前に FE 解析にて、下限値を与えた場合とばねを導入せず単純梁境界条件とした場合の主桁の応答、上限値を与えた場合とばねを導入せず完全固定境界条件とした場合の主桁の応答、それぞれが一致することを確認して決定した。主桁端部の減厚領域およびその板厚の不確定性は、既往研究¹⁾において対象橋梁の実際の腐食状況と鋼橋部材腐食部の減厚量に関する既往データを参考に、その領域や確率分布を決定した。ここでは各主桁の下フランジ板厚 $Tb1-Tb6$ に対して、上限値が設計値の 25 mm, 下限値が 2 mm の減厚となる 23mm の一様分布とした。RC 床版のひび割れは曲げ剛性に影響を与えるため、床版シェル要

素のヤング率 E_c の低減でそれを表し、上限値で Nominal モデル値、下限値はその 10% 減として一様分布を与えた。

構造信頼性解析では、このモデルパラメータ確率分布空間でモンテカルロサンプリングを行い、各サンプルで解析応答をもとめ作用 S の分布を得る。なお、本研究でのサンプリングには全て、ラテン超方格サンプリング (Latin hypercube sampling: LHS) を適用した。

b) 対象とする照査性能の解析応答 (出力)

構造信頼性解析での照査性能は、図-3(a) に示す設計活荷重載荷時の主桁ウェブ端部領域での最大応力とした。

これは、支承固着および桁端部腐食減厚が生じるときに、図-3(b) に示す桁端部下フランジ側ウェブの応力分布が特に変化することを確認したためである¹⁾。道路橋示方書¹³⁾に沿って、図-3(a) に示す B 活荷重 L 荷重 ($p_1=10$ kN/m², $p_2=3.5$ kN/m², 群集荷重 3.5 kN/m², 衝撃係数 0.322) を設定し、死荷重も考慮して静的載荷した。そして、各主桁 G1-G6 の両端で着目領域を設定し、6 主桁全ての領域内での最大ミーゼス応力を作用 S に関する解析応答とした。なお図-3(b) に示す FE モデルのメッシュ構成は、応力分布が不連続にならないよう留意しながら、出力である最大ミーゼス応力の収束を確認して決定した¹⁾。

c) 構造信頼性指標 β の導出

作用 S と抵抗 R が対数正規分布で互いに独立であるとき、FOSM 法における性能関数 Z は次式(12)であり、構造信頼性指標 β は式(13)にて得られる。

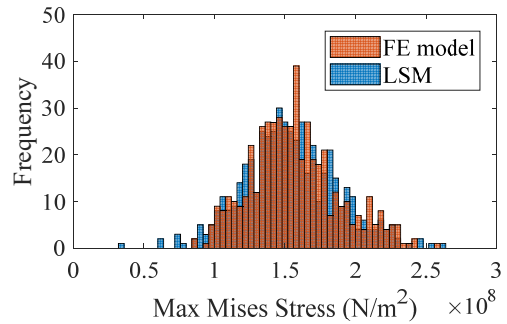
$$Z = \ln R - \ln S \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\mu_{LR} - \mu_{LS}}{\sqrt{\sigma_{LR}^2 + \sigma_{LS}^2}} \quad (13)$$

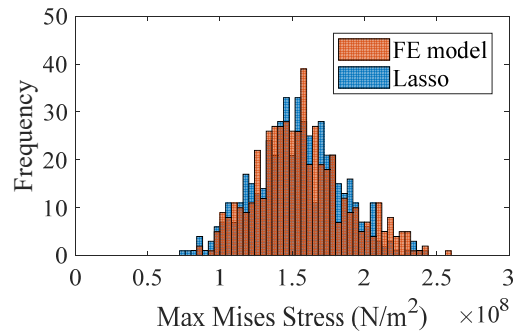
ここで、 μ_{LS} と σ_{LS} は作用 S である最大ミーゼス応力分布の対数平均と対数標準偏差、 μ_{LR} と σ_{LR} は抵抗 R である鋼材降伏応力の対数平均と対数標準偏差である。作用 S の分布は、表-1 に示した構造モデルパラメータの確率空間から LHS により 500 サンプルを作成し、各サンプルで解析応答である桁端部領域の最大ミーゼス応力をもとめて得る。FE 解析で得られた最大ミーゼス応力分布は、2 標本コルモゴロフ・スミルノフ検定により対数正規分布に適合することを確認している¹⁾。抵抗 R は鋼材 SS400 の降伏応力を、既往文献¹⁴⁾に基づいて $\mu_{LR}=19.5$, $\sigma_{LR}=0.812$ として用いた。本章では以降、既往研究¹⁾で得た FE 解析での最大ミーゼス応力分布と β 値との比較によって代替モデルの検証を行った。

(3) 代替モデル構築における各回帰手法の比較

はじめに、式(1)の多次元多項式回帰で次数 $n=1$ として、各回帰手法で代替モデルの構築を行った。ここでは、



(a) LSM (訓練データ数 $m=180$)



(b) Lasso 回帰 (訓練データ数 $m=50$)

図-4 代替モデルと FE モデルでの最大ミーゼス応力分布比較

入力パラメータの数 $p=13$ であるので $k=91$ となり、ベクトル \mathbf{x} の長さにあたる係数の数、すなわち線形逆問題における未知数の数は定数項を含めて $k+1=92$ となる。そこで LSM と Ridge 回帰では、優決定問題となるよう訓練データ数 $m=100$ から、Lasso 回帰については $m=10$ から、データ数を増加させて検証を行った。訓練データの入出力は、FE 解析モンテカルロ計算に用いた入力 LHS 500 サンプルとその出力より、データ数 m に応じて無作為抽出して用いた。そして、FE 解析モンテカルロ計算と同じ LHS 500 サンプルを検証用データとして構築した回帰モデル式に代入し、得られる最大ミーゼス応力分布について、FE 解析での分布と比較した。なお、いずれの回帰手法でも入力である構造モデルパラメータと出力である最大ミーゼス応力は正規化して用いた。また本項では、Ridge 回帰および Lasso 回帰での正則化パラメータを $\lambda=1.0$ と固定して検証を行った。これは、正則化パラメータを λ と訓練データ数 m に関する感度解析を実施し、回帰モデル式項数 $k+1=92$ の下で訓練データ数 m を変化させても、目的の信頼性指標 β がほぼ一定の導出精度で得られる λ であることを確認し、本検証に妥当な λ として決定した。この感度解析は次項で詳しく述べる。

a) 最大ミーゼス応力分布と信頼性指標 β

代替モデル構築の結果としてはじめに、LSM と Lasso 回帰において、FE 解析での最大ミーゼス応力分布とよい合致がみられた代替モデルでの分布を、図-4(a)(b) にそれぞれ示す。いずれの図でも、FE 解析と代替モデル

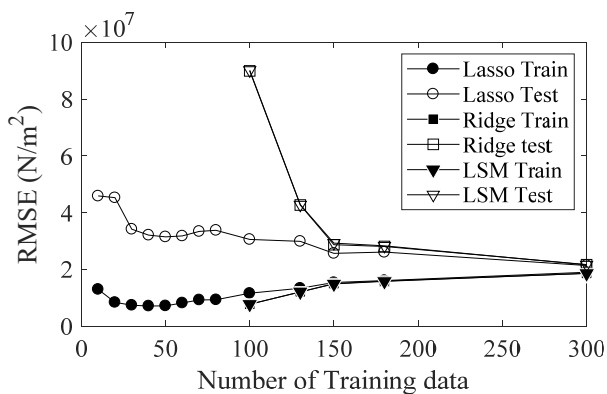
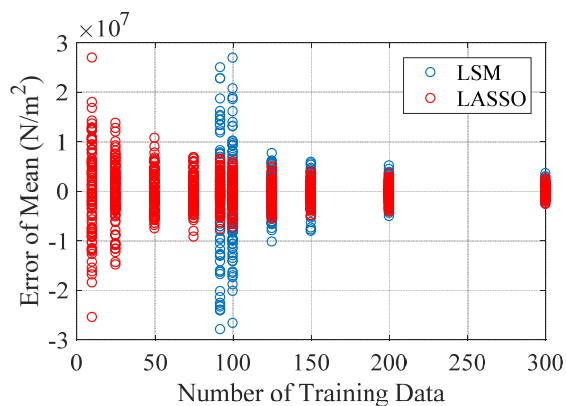


図-5 訓練データ数に対する RMSE の推移

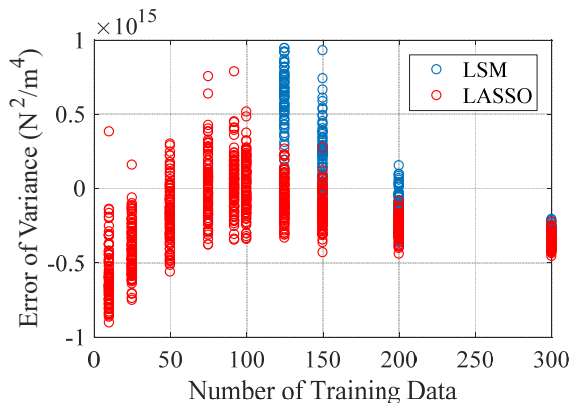
で最大応力分布はよく一致している．そこで，分布同一性を 2 標本コルモゴロフ・スミルノフ検定にて確認したところ，図-4(a) の LSM でも(b) の Lasso 回帰でも，有意水準 1% で非同分布とする対立仮説を棄却する結果であった．このときの LSM では訓練データ数 $m=180$ ，Lasso 回帰では $m=50$ での結果である．Lasso 回帰では，LSM での 3 分の 1 以下の訓練データ数で，FE 解析 500 サンプル分のモンテカルロ計算で得られる応力分布とよい合致を示す代替モデル構築ができた．

次に，訓練データと検証データの推定精度，平均二乗誤差平方根 (Root mean square error: RMSE) を，訓練データ数 m に対してプロットしたのが図-5 である．いずれの回帰手法でも，訓練データ数 m が大きくなるほど，訓練データと検証データで共に RMSE は概ね収束する傾向がみられる．Lasso 回帰では $m=30$ で訓練データおよび検証データの RMSE が大きく下がり， $m \geq 100$ で RMSE の変動は既に小さくなっている．一方，LSM と Ridge 回帰では $m=150$ で Lasso 回帰での RMSE と同程度となる．このことから，Lasso 回帰では LSM や Ridge 回帰と比べて少ない訓練データ数でモデル構築ができていることがわかる．また，ここでは LSM と Ridge 回帰で RMSE 挙動の差異がみられなかった．これは，正則化パラメータ $\lambda=1.0$ であるときに L2 ノルム正則化項の効果が顕著には表れなかったこと，また代替モデル構築で扱う数値解析の出力値は計測値のようにランダム誤差を含まないため，正則化項で抑制が期待されている誤差への過学習がおきにくいことが理由に考えられる．

その上で，LSM と Lasso 回帰について，訓練データ数 m に対する回帰モデル構築の安定性をブートストラップ法にて調べた．ここでは，各訓練データ数 m で LHS 500 サンプルからの無作為抽出を 100 回繰り返し，その都度回帰モデルを構築して検証データ LHS 500 サンプルを代入した．そして，各訓練データ数 m で得られる 100 回分の最大ミーゼス応力分布の平均と分散について，FE 解析との誤差をもとめて，そのばらつきの推移から安定性を調べた．ここで応力分布の平均と分散を扱ったのは，



(a) 平均の FE 解析に対する誤差のばらつき推移



(b) 分散の FE 解析に対する誤差のばらつき推移

図-6 代替モデルによる最大ミーゼス応力分布導出の安定性

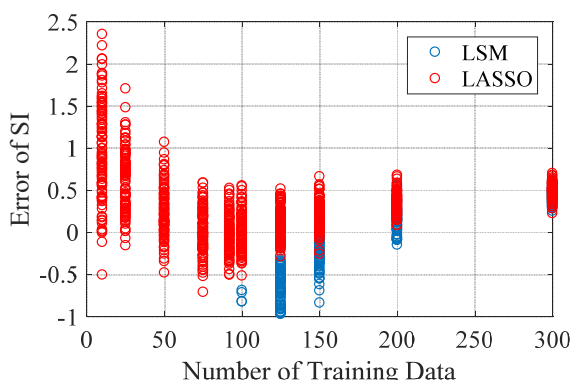


図-7 訓練データ数に対する構造信頼性指標 β の安定性

これらが構造信頼性計算の式(13)において，作用 S の対数平均および対数標準偏差と対応するためである．得られた結果を図-6 に示す．図-6(a) に示す平均では，どちらの回帰手法でも訓練データ数 m が増加すると，ばらつきが顕著に小さくなっている．その上で，Lasso 回帰での平均のばらつきは，劣決定問題の領域 ($m < 93$) で既に LSM での $m=150$ 程度までに安定している．一方，図-6(b) に示す分散の結果では，劣決定問題の領域 ($m < 93$) で訓練データ数 m が増加しても Lasso 回帰での安定性は平均ほど顕著に向上しなかった．また，優決定問題の領域 ($m \geq 93$) では，いずれの回帰手法においても訓練データ数 m が大きくなるとばらつきは小さくなるものの，FE 解析での分散に対する誤差が 0 から外れて収束した．

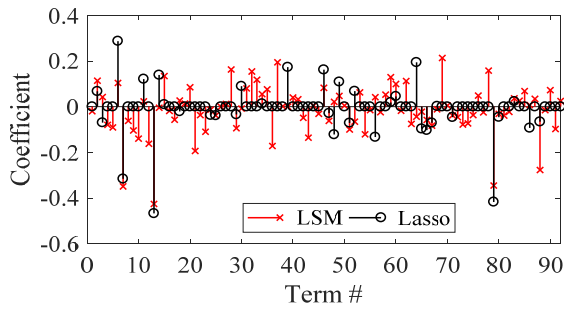


図-8 回帰モデル係数のプロット

そして、分散の誤差が 0 平均でばらつく代替モデルは、Lasso 回帰で $m=50\sim 100$ 、LSM で $m=150\sim 200$ の領域であった。その上で、この平均と分散を用いて導出する信頼性指標 β の安定性を図-7 に示す。いずれの回帰手法でも、図-6(b)の分散のばらつき挙動が大きく影響しており、FE 解析での信頼性指標 β に対して誤差が 0 平均となる m の範囲はやはり Lasso 回帰で $m=50\sim 100$ 、LSM で $m=150\sim 200$ である。また Lasso 回帰代替モデルでの信頼性指標 β の導出精度をみると、 $m=50\sim 100$ の領域でも β 値が ± 0.5 程度の範囲でばらついており、橋梁性能の比較にはもう少し安定性が必要と考える。しかし本検証では、やはり Lasso 回帰で劣決定問題の領域となる少ない訓練データ数 m で LSM と同程度の安定性を確保して信頼性指標 β を導出することが可能であることが示され、LSM に対する Lasso 回帰の優位性が認められた。

b) 回帰モデル係数推定解のスパース性

Lasso 回帰が有効となるのは、対象とする入出力問題が本質的にスパースである場合である。図-8 は、図-3 に示した LSM ($m=180$)と Lasso 回帰 ($m=50$) でそれぞれ構築した回帰モデル係数のプロットである。赤に示す LSM では、横軸ほぼ全ての Term # にて非ゼロ値を示しているのに対し、黒の Lasso 回帰では、多くの Term # で値が 0 の近傍に分布している。そこで、ここではゼロ係数を絶対値が縦軸 1 目盛り 0.2 に対して十分小さい 1×10^{-5} より小さい係数と定義して確認したところ、Lasso 回帰では $k+1=92$ の係数のうち 57 でゼロ係数となっていたのに対し、LSM では 92 係数全てが非ゼロ係数であった。LSM と比べて Lasso 回帰ではスパースな解が得られたといえる。特に、図-8 の横軸 Term#1-13 で各モデルパラメータの 1 次作用項の係数の挙動を調べると、LSM でも Lasso 回帰でも、特に大きな非ゼロ係数を示したモデルパラメータが、図-3(a) に示した活荷重載荷時に車道側で最も大きい鉛直変位を示す主桁 G6 での支承バネ係数 K6、車道の活荷重と歩道の群集荷重の切り替わり箇所に近い主桁 G3 での支承バネ係数 K3 と桁端部板厚 Tb3 であった。これらのパラメータが主桁端部領域で生じる最大応力に寄与することは、構造応答としても理解ができる。Lasso 回帰では、これらの他のパラメータ係数の

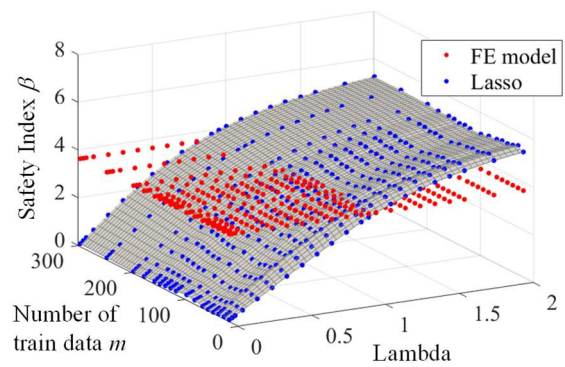
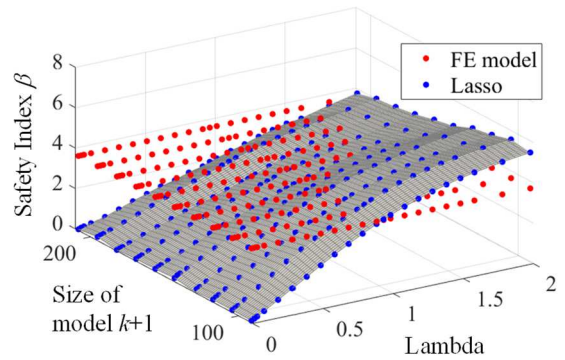
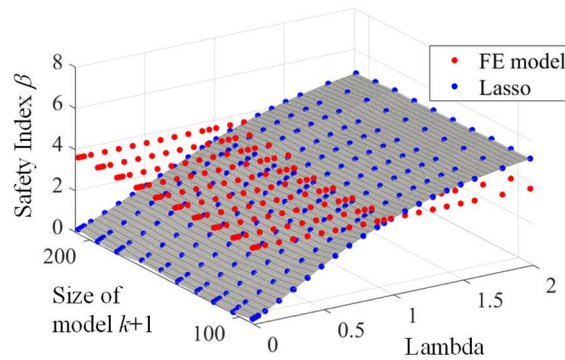


図-9 正則化パラメータ λ と訓練データ数 m の β 値への影響 (回帰モデル式の項数 $k+1=92$)



(a) 訓練データ数 $m=30$



(b) 訓練データ数 $m=100$

図-10 正則化パラメータ λ と回帰モデル項数 $k+1$ の β 値への影響

多くがゼロ係数となっており、Lasso 回帰でスパース解が得られたことで、照査性能に関する解析応答に感度が高い構造パラメータを明確に把握できたといえる。

(4) 構造信頼性指標 β の導出に対する正則化パラメータ λ と回帰モデル項数 $k+1$ の感度

Lasso 回帰の性能は、L1 ノルム正則化項への重みを決める正則化パラメータ λ 、モデルの複雑さを示す回帰モデル式の項数 $k+1$ 、そして訓練データ数 m に影響をうける。そこで、目的とする構造信頼性指標 β の導出結果に与えるパラメータ λ 、 $k+1$ 、 m の影響を調べた。まず、前項

で検討した回帰モデル項数 $k+1=92$ の下で、正則化パラメータ λ と訓練データ数 m の感度を調べた結果を、図-9 に示す。図中の赤点に示すのが FE 解析からの β 値で一定であり、青点が Lasso 回帰による代替モデルから導出した β 値である。訓練データ数 m が 30 から 300 まで変化しても、 $\lambda=1$ の近傍で青点の Lasso 代替モデルによる β 値と赤点の FE 解析での β 値が交わっており、回帰モデル次数が $n=1$ でモデルの複雑さが小さい場合には、適切な正則化パラメータ λ は訓練データ数 m には大きく依存しないといえる。またこの図から、前項で $\lambda=1.0$ として検証を進めたことが概ね妥当であったことが確認できる。

しかし本研究の代替モデル構築では、少ない訓練データ数 m 、すなわち少ない FE 解析の回数で妥当な信頼性指標 β を得ることが最も重要である。そこで次に、訓練データ数は $m=30$ と $m=100$ の 2 つのケースで固定し、正則化パラメータ λ と回帰モデル項数 $k+1$ の信頼性指標 β に対する感度を調べた。図-10 にその結果を示す。図-10(a) の訓練データ数 $m=30$ では、回帰モデル項数 $k+1$ を大きくするほど、妥当な信頼性指標 β を与える正則化パラメータ λ が大きくなっており、適切な λ の設定が回帰モデル項数 k に依存することがわかった。一方、訓練データ数 $m=100$ の場合では、回帰モデル項数 $k+1$ の変化に対して、青点の面と赤点の面が交わる適切な λ はほぼ一定で、大きな依存がみられない結果となった。回帰モデル項数 $k+1$ が大きくなれば、問題が本質的にスパースであれば推定解のスパース性は高くなるはずである。このとき、訓練データ数 m が少ないほど L1 ノルム正則化項の重みを大きくする必要があり、適切な λ の設定に留意する必要があることがわかった。

4. Lasso 回帰による既存橋梁の構造状態を考慮する代替モデル構築

Lasso 回帰では、スパース解の非ゼロ成分が出力に対して感度をもつ入力パラメータを示しており、対象とする入出力関係の本質的な理解を与えることが期待される。これはパラメータの自動選択性とも呼ばれ、機械学習分野でスパースモデリングが注目されるポイントともなっている。第 2 章(3)項で述べたように、既存橋梁の構造信頼性解析では入力構造モデルパラメータ数が多くなるのが考えられるうえに、損傷状態の不確実性によって各モデルパラメータがどのように照査性能に影響を与えるのか把握することが難しい。Lasso 回帰のパラメータ自動選択性によって、評価性能に関する解析応答に感度の高いモデルパラメータで構成される代替モデルを構築し、そのパラメータ自体も把握できれば構造工学的な知見として大変有用である。そこで本章では、前章までと同様

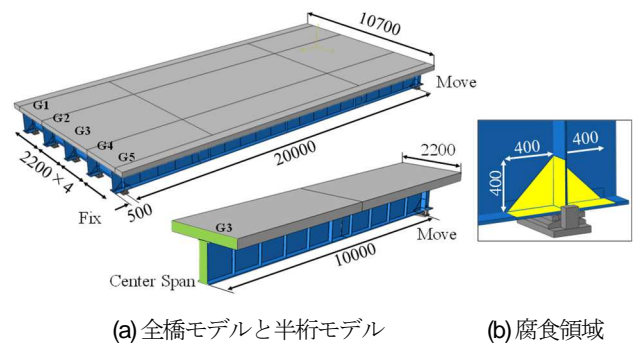


図-11 鋼製線支承を有する鋼桁橋モデル

に桁端部腐食を有する鋼桁橋の代替モデル構築を対象として、Lasso 回帰での回帰モデル係数推定結果と、FE モデルに与えた腐食状態との整合性を調べ、パラメータ自動選択性の有効性を検証した。

(1) 鋼桁橋 FE モデルの構築

本検証では改めて、図-11 に示す単純鋼桁橋（支間長 20m, 幅員 10.7m）の FE モデルを構築した。ここでは、前章での実橋梁モデルと比べてより詳細に部材をモデル化し、主桁各部材と床版をシェル要素、鋼製線支承を図面に基づきソリッド要素で詳細に表した。出力解析応答は、同じく道路橋示方書³⁾に基づく B 活荷重 L 荷重載荷時の主桁端部領域での最大ミーゼス応力とした。この解析応答に対して全橋モデルでのメッシュの収束性を確認すると、非常に要素数の大きいモデルとなった。そこで、図-11(a) 中に示す 1 主桁半橋モデル（要素数 104,799）を合わせて作成し、連続条件を対称性を考慮して与えて、全橋解析と同等の応答が得られるよう荷重を調整して用いることとした。Nominal モデルの物性値には公称値を与え、線支承の上沓と下沓の接触面で金属接触面の一般的な摩擦係数である 0.2 を与えた。検証を進める前に、全橋での Nominal モデルに B 活荷重 L 荷重を載荷し、道路橋示方書に記載されるたわみ性能等を満たしていることを確認した。その上で、図-11(b) に示すように主桁ウェブと下フランジに腐食領域を設定し、腐食のない領域とは別に板厚を設定できるようにした。

(2) 不確定構造モデルパラメータと構造信頼性計算

本検証では、健全時と桁端部腐食を有する劣化時、2 つのケースで Lasso 回帰による代替モデルを構築し、回帰モデル係数に対する検証を行った。このとき、たとえ健全状態においても、全てのモデルパラメータに不確実性は存在することを考慮した。表-2 に示すように、健全時 (No damaged) のケースでは 16 の構造モデルパラメータ (#1-#16) を入力とし、桁端部腐食による劣化時 (Corrosion) のケースではこれに 3 つの桁端部腐食減厚に関わるパラメータ (#17-#19) を加えて 19 の入力パラ

表-2 不確定構造モデルパラメータと確率分布

FE model parameter			No damaged		Corrosion	
			Nominal	COV	Nominal	COV
#1	D_c	RC床版密度 (kg/m ³)	2400	0.0171	*	*
#2	E_s	上部工鋼部材ヤング率 (GPa)	200	0.0450	*	*
#3	E_c	RC床版ヤング率 (GPa)	25	0.0167	22.5	0.0333
#4	E_b	線支承鋼ヤング率 (GPa)	200	0.0450	*	*
#5	V_s	上部工鋼部材ポアソン比	0.3	0.0910	*	*
#6	V_c	RC床版ポアソン比	0.2	0.0167	*	*
#7	V_b	線支承鋼ポアソン比	0.3	0.0910	*	*
#8	C_f	線支承摩擦係数	0.2	0.0167	0.9	0.0333
#9	T_{uf1}	主桁端部上フランジ板厚 (mm)	0.0190	0.0121	*	*
#10	T_{uf2}	主桁上フランジ板厚 (mm)	0.0300	0.0121	*	*
#11	T_w	主桁ウェブ板厚 (mm)	0.0090	0.0121	*	*
#12	T_{bf1}	主桁端部下フランジ板厚 (mm)	0.0270	0.0121	*	*
#13	T_{bf2}	主桁下フランジ板厚 (mm)	0.0300	0.0121	*	*
#14	T_{stc}	鉛直補剛材板厚/桁端部 (mm)	0.0130	0.0121	*	*
#15	T_{stm}	鉛直補剛材板厚/支間中央部 (mm)	0.0100	0.0121	*	*
#16	T_{stn}	鉛直補剛材板厚/その他 (mm)	0.0065	0.0121	*	*
#17	T_{bf-d}	腐食領域板厚/下フランジ (mm)	-	-	0.025	0.0270
#18	T_w-d	腐食領域板厚/ウェブ (mm)	-	-	0.008	0.0162
#19	T_{st-d}	腐食領域板厚/鉛直補剛材 (mm)	-	-	0.012	0.0162

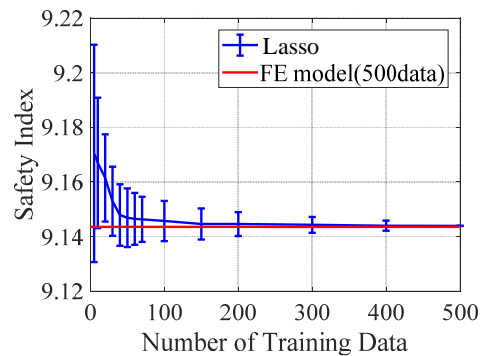
注) -は設定なし, *はNo damagedでの値と同値

メータとした。各パラメータの確率分布はここでも一様分布とし、表-2 中には一様分布の平均である Nominal 値と、上下限值に対応する一様分布の標準偏差 σ を変動係数で示した。変動係数の範囲は、著者らの既往研究¹⁾で用いた既往文献や資料に基づいて決定した。劣化時のケースでは、床版ひび割れによるパラメータ#3の床版シェル要素ヤング率 E_c の低下を考慮した。また、線支承の上沓と下沓接触面の摩擦係数#8を増加させて、腐食による可動機能の低下を表した。さらに図-11(b)で示した腐食領域の板厚#17-#19を入力パラメータに含めた。

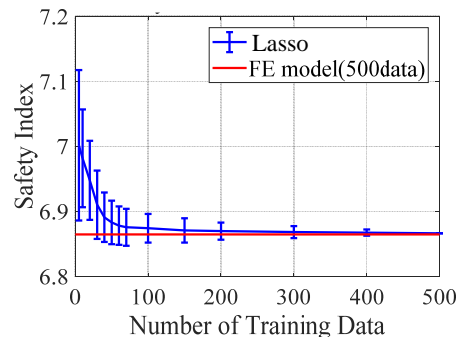
健全時、劣化時の各ケースで不確定モデルパラメータの確率空間から LHS にて 500 サンプルを作成し、各サンプルで死荷重と活荷重を静的載荷し、桁端部に生じる最大ミーゼス応力の分布を得た。そして前章と同様に、鋼材 SS400 降伏応力の分布に対する信頼性指標 β を FOSM法により導出した。

(3) Lasso 回帰による代替モデル構築

適用した回帰モデル式は、前章と同様に式(1)の多次元多項式回帰で次数 $n=1$ とした。入力パラメータ数は健全時で $p=16$ 、劣化時で $p=19$ なので、それぞれ回帰モデルの項数 $k+1=137$ 、 $k+1=191$ となる。正則化パラメータ $\lambda=1.0$ として、訓練データ数 m を増やしながら Lasso 回帰にて代替モデルを構築し、最大ミーゼス応力分布か



(a) 健全時 No damaged



(b) 劣化時 Corosion

図-12 各構造状態における代替モデルでの構造信頼性指標 β の導出精度と安定性の推移 ($n=1, \lambda=1.0$)

ら導出した信頼性指標 β をもとめた。そして前章と同様

に、訓練データ数 m に関するブートストラップ解析を行い、100回無作為抽出での信頼性指標 β の導出精度と安定性を確認した。図-12 に、エラーバープロット ($\mu \pm \sigma$) で結果を示す。健全時と劣化時いずれにおいても、劣決定問題となる $m \leq 100$ の領域内で、FE 解析による β 値に対して 0.1% 程度の誤差で代替モデルでの β 値平均が収束してきている。また、ばらつきも $m = 50$ 以降で変動係数が 0.5% より小さくなっていった。このことから前章での検証と同様に、Lasso 回帰により劣決定問題となる少ない訓練データ数 m で、代替モデル構築ができていたことを確認した。

(4) 構造状態に応じたモデルパラメータの自動選択性

構築した Lasso 代替モデル ($n=1, \lambda=1.0$) で各項の係数の分布を調べると、訓練データ数 $m \geq 40$ となると、ゼロ係数（前章と同様に 1×10^{-5} より小さい係数）と非ゼロ係数の分布に変動がないことが認められた。そしてこのとき、健全時モデルでは項数 $k+1=137$ のうち非ゼロ係数は 8、劣化時モデルで項数 $k+1=191$ のうち非ゼロ係数 7 で、非常にスパースな解であった。また非ゼロ係数は全て各モデルパラメータの 1 次作用項に存在し、交互作用項では全てゼロ係数であった。

表-3 は、訓練データ数 $m=50$ で構築した Lasso 代替モデルの定数項と 1 次作用項の係数を、健全時 (No damaged) と劣化時 (Corrosion) について、それぞれ示したものである。健全時では、橋梁全体の死荷重に関連する #1 床版密度 Dc や、桁全体の曲げ剛性に関連する #11 鋼桁ウェブ板厚 Tw 、#5 鋼桁ポアソン比 Vs 、#2 鋼桁ヤング率 Es の順に、絶対値の大きい係数が推定されている。健全時には全体的な曲げ挙動に寄与するパラメータで、感度が高くなっている。また各非ゼロ係数の正負をみると、正の値である床版密度 Dc では、死荷重が増加すれば桁端部応力が増加する正の相関、負の値である鋼桁ウェブ板厚 Tw は、これが減少すれば曲げ剛性が低下し桁端部応力も増加する負の相関というように、係数作用の妥当性が構造力学に基づく考察で確認できる。

一方、劣化時では、#8 線支承での摩擦係数 Cf や、桁端腐食部の #17 下フランジ板厚 $Tbf-d$ 、#18 ウェブ板厚 $Tw-d$ といった、局所的な劣化損傷を表すパラメータで、絶対値の大きい係数が推定されている。また、正の係数を示す支承摩擦係数 Cf で腐食によって可動支承が固着に近くなれば、また、負の係数を示す腐食領域板厚 $Tbf-d$ 、 $Tw-d$ で腐食減厚が進行すれば、桁端部応力が増加することも構造工学における知見と整合する。

スパース解の係数分布から、Lasso 回帰の適用によって解析応答に感度を持つ構造パラメータが構造状態に応じて妥当に自動選択され、代替モデルを構築できたことがわかった。特に構造状態に関する不確定性を有する

表-3 Lasso 回帰代替モデルの係数 ($m=50, n=1, \lambda=1.0$)

FE model parameter		No damaged		Corrosion	
#0	Constant		-5.67E-06		-5.76E-07
#1	Dc		5.02E-01		2.72E-01
#2	Es		-3.01E-01		-1.31E-01
#3	Ec		-1.01E-05		1.47E-05
#4	Eb		2.39E-01		2.15E-05
#5	Vs		-3.64E-01		-5.99E-02
#6	Vc		-8.45E-06		-2.33E-05
#7	Vb		-9.55E-03		-1.39E-05
#8	Cf		1.09E-01		5.14E-01
#9	Tuf1		2.80E-06		1.09E-05
#10	Tuf2		-7.28E-06		-1.54E-05
#11	Tw		-4.61E-01		7.72E-06
#12	Tbf1		-2.22E-01		1.61E-05
#13	Tbf2		-3.95E-06		1.31E-05
#14	Tstc		-1.39E-01		-3.28E-05
#15	Tstn		3.92E-06		1.45E-05
#16	Tstm		-1.05E-05		4.18E-05
#17	Tbf-d	-			-5.16E-01
#18	Tw-d	-			-4.21E-01
#19	Tst-d	-			-6.12E-02

既存橋梁に対しては、このパラメータ自動選択性により、構造状態を考慮する代替モデルの構築を妥当に行うことができ、さらに構造状態に関する構造工学的な知見を得ることができる。このことより、Lasso 回帰の高い適用性そして有効性を示すことができた。

5. 結論

本研究は、既存橋梁の構造信頼性計算を高効率に実施するための代替モデル構築に、スパースモデリングの回帰手法である Lasso 回帰を適用する有効性を示すため、桁端部腐食を有する鋼桁橋の信頼性解析を対象として検証を実施した。得られた知見は、以下の通りである。

- Lasso 回帰によって、劣決定問題となる少ない訓練データ数で構造信頼性指標 β を導出できる最大応力分布が得られることを示した。LSM と比べて 3 分の 1 の訓練データ数、そして本研究での検証においては、FE 解析のモンテカルロ計算で必要となる FE 解析実施数の 10 分の 1 で信頼性指標 β を導出できた。
- Lasso 回帰では訓練データ m が少ないほど、適切な正規化パラメータ λ が選択する回帰モデルの複雑さ（項数 $k+1$ ）に依存することを感度解析より示した。
- Lasso 回帰で得られるスパース解の係数が、橋梁の健全時と劣化時それぞれで解析出力に感度が高いモデル

パラメータとその作用を妥当に示していることを示した。構造状態に応じて構造工学的な知見との整合性する係数で構成される代替モデルが構築された。

以上より、劣化損傷のモデル化によって不確定パラメータ数の多くなる既存橋梁の構造信頼性計算において、計算負荷の高い FE 解析の回数を大幅に減らせる代替モデルが、Lasso 回帰により妥当に構築できることを示した。そしてパラメータの自動選択性により構造状態を考慮する代替モデル構築が可能であり、さらに推定された係数を調べることで、照査性能に関わる構造解析応答に感度の高い構造モデルパラメータとその作用を把握できることを示した。今後は、できる限り少ない訓練データ数 m すなわち FE 解析回数で代替モデルを構築し活用するために、Lasso 回帰におけるモデル式の構成 (項数 $k+1$ など) と正則化パラメータ λ の設定について、構造物やその形式等ごとに整理していく必要性も考えられる。しかし本研究では、スパースモデリングの特長が既存橋梁の効率的な性能評価に有効であることを示すことができた。

参考文献

- 1) 黒田璃紗, 西尾真由子: 既存鋼鉄桁橋のモデルパラメータ事後分布を用いた信頼性評価, 土木学会論文集 A1, Vol.72, No.3, pp.380-392, 2016.
- 2) Pトフークリステンセン, M.J.バイカー, 室津義定 (監訳): 構造信頼性—理論と応用, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1986.
- 3) Bucher, C. G., Bourgund, U.: A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. *Structural safety*, 7 (1), pp. 57-66, 1990.
- 4) Rajashekhar, M. R., Ellingwood, B. R.: A new look at the response surface approach for reliability analysis. *Structural safety*, 12 (3), pp. 205-220, 1993.
- 5) Kaymaz, I., McMahon, C. A.: A response surface method based on weighted regression for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 20 (1), pp. 11-17, 2005.
- 6) Soo-Chang Kang, Hyun-Moo Koh, Jinkyoo F. Choo, An efficient response surface method using moving least squares approximation for structural reliability analysis, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 25, pp.365-371, 2010.
- 7) Zhao, W., Fan, F., Wang, W.: Non-linear partial least squares response surface method for structural reliability analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 161, 69-77, 2017.
- 8) 廣畑賢治, 川上崇, 向井稔, 川村法靖, 于強, 白鳥正樹: 応答曲面法およびベイズ理論に基づく構造信頼性設計手法の提案, 日本機械学会論文集 A 編, 67 巻 660 号, pp. 1297-1304, 2001.
- 9) 大竹雄, 本城勇介: 応答曲面を用いた実用的な地盤構造物の信頼性設計法: 液状化地盤上水路の耐震設計への適用, 土木学会論文集 C (地圏工学), 68(1), pp. 68-83, 2012.
- 10) Hoerl, A. E., Kennard, R. W.: Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12 (1), pp. 55-67, 1970.
- 11) Blatman, G., Sudret, B.: Adaptive sparse polynomial chaos expansion based on least angle regression. *Journal of Computational Physics*, 230 (6), pp. 2345-2367, 2011.
- 12) Boyd, S., Parikh, N., Chu, E., Peleato, B., Eckstein, J.: Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 3(1), 1-122, 2011.
- 13) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編, 丸善出版株式会社, 2014.
- 14) 奈良敬, 中村聖三, 安波博通, 川端文丸, 塩飽豊明: 橋梁向け構造用鋼板の板厚および強度に関する統計調査, 土木学会論文集, No.752/I-66, pp. 299-310, 2004.

(2018. 6. 22 受付)

SPARSE SURROGATE MODELING FOR STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS OF EXISTING BRIDGES

Mayuko NISHIO, Masaki MIURA and Takayuki SHUKU

This study aims to show the applicability of sparse modeling, which is drawing attention in the field of machine learning in recent years, to the surrogate modeling of the finite element (FE) analysis for the use in the structural reliability analysis of aging existing bridges. The target of surrogate modeling here was the Monte Carlo calculation of the FE model of a steel plate-girder bridge with corrosion at the ends of girders and bearings. The inputs were uncertain FE model parameters, such as material properties and boundary conditions, and the output was the maximum Mises stress at the ends of main girders under the loading of designed live load. The performance of some regression methods; least-square method (LSM), Ridge, and Lasso, which can give the sparse solution, were compared in applying them to the surrogate modeling. As a result, the Lasso regression can make a proper surrogate model only by using 50 training data that was the one-third of training data required in the LSM. The reliability index β derived by the Lasso surrogate model then showed good agreement with that derived by the Monte Carlo FE model calculation with 500 samples. Moreover, the solution of Lasso, which showed sparsity, indicated the FE model parameters that had significant sensitivities to the output, i.e., the maximum Mises stress, under the corroded condition. It was then concluded that the surrogate modeling by Lasso was effective in the structural reliability analysis of existing bridges, which has high uncertainties in a number of FE model parameters due to deterioration or damages.